

Опорні конспекти з геометрії

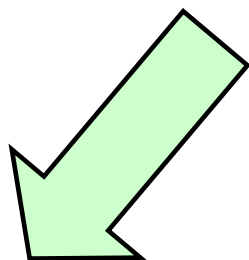
по темі:

"Многогранники"

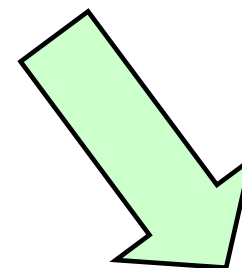
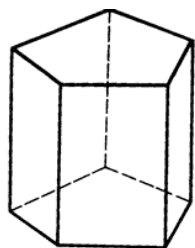
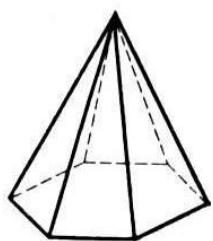
Перелік плакатів

1. Просторові тіла
2. Многогранник
3. Види многогранників
4. Тіла обертання
5. Призма (класифікація)
6. Призма
7. Паралелепіпед
8. Паралелепіпед (класифікація)
9. Піраміда
10. Правильна піраміда
11. Зрізана піраміда
12. Правильні многогранники
13. Правильні многогранники (елементи)
14. Площа повної поверхні многогранника. Об'єм.
15. Площа повної поверхні (формули)
16. Об'єм многогранника (формули).
17. Правильні многогранники (повна поверхня та об'єм)

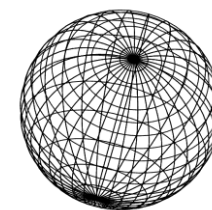
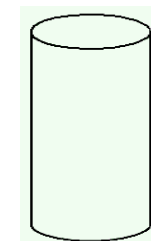
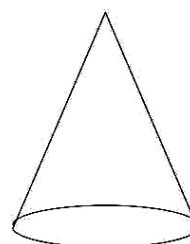
ПРОСТОРОВІ ТІЛА



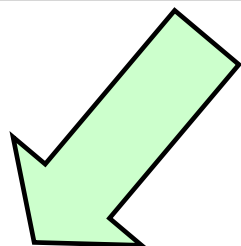
МНОГОГРАННИКИ



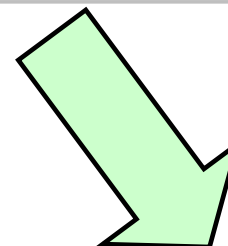
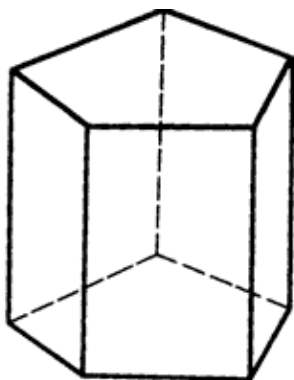
ТІЛА ОБЕРТАННЯ



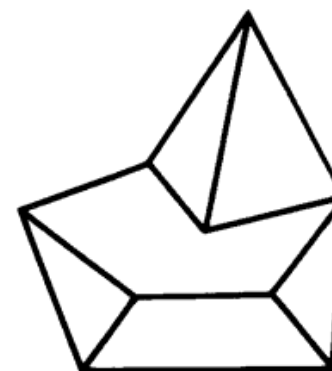
МНОГОГРАННИК



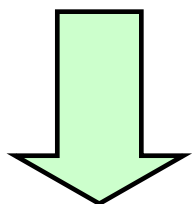
ОПУКЛИЙ



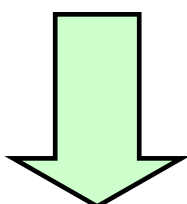
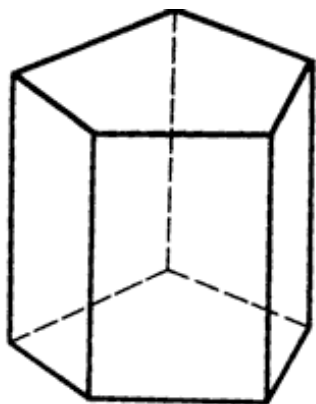
НЕОПУКЛИЙ



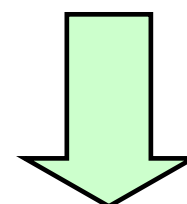
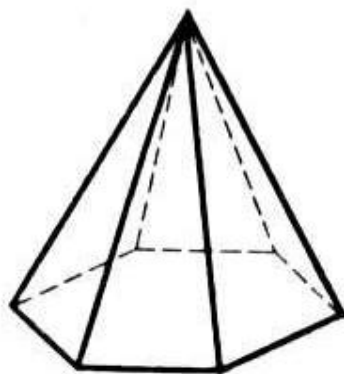
ВИДИ МНОГОГРАННИКІВ



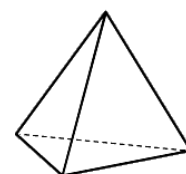
ПРИЗМА



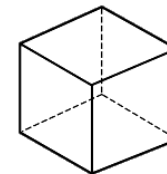
ПІРАМІДА



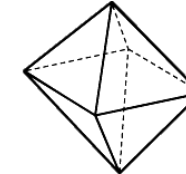
**ПРАВИЛЬНІ МНОГОГРАННИКИ
(тіла Платона)**



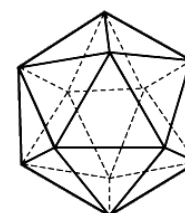
Тетраєдр



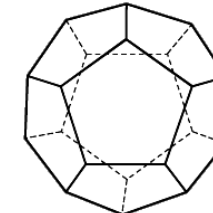
Куб



Октаєдр

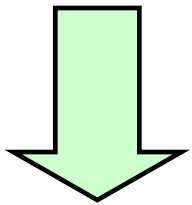


Ікосаєдр

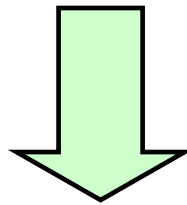


Додекаєдр

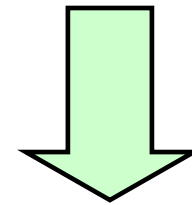
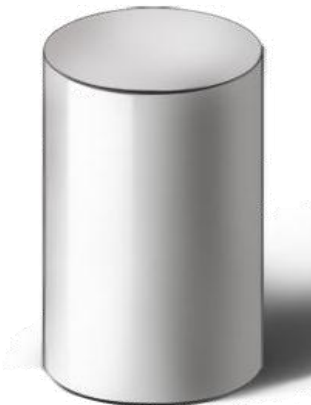
ТІЛА ОБЕРТАННЯ



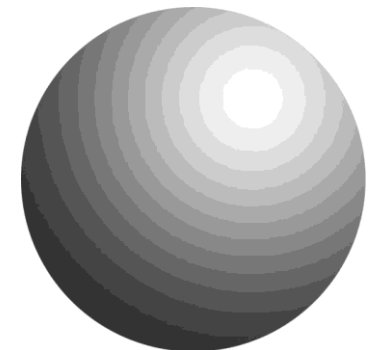
ЦИЛІНДР



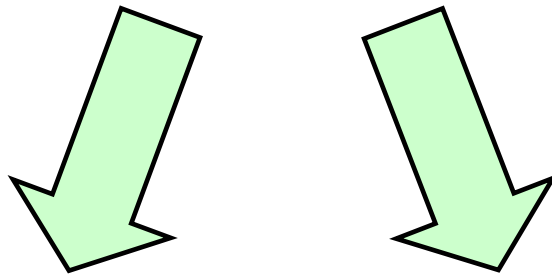
КОНУС



СФЕРА (КУЛЯ)



ПРИЗМА



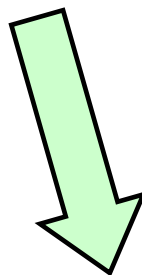
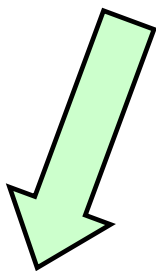
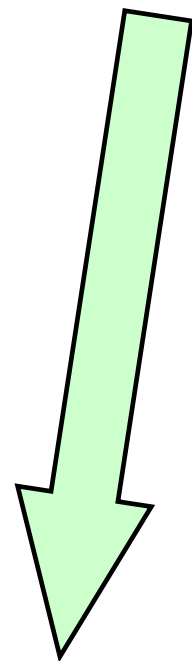
ПРЯМА

ПОХИЛА



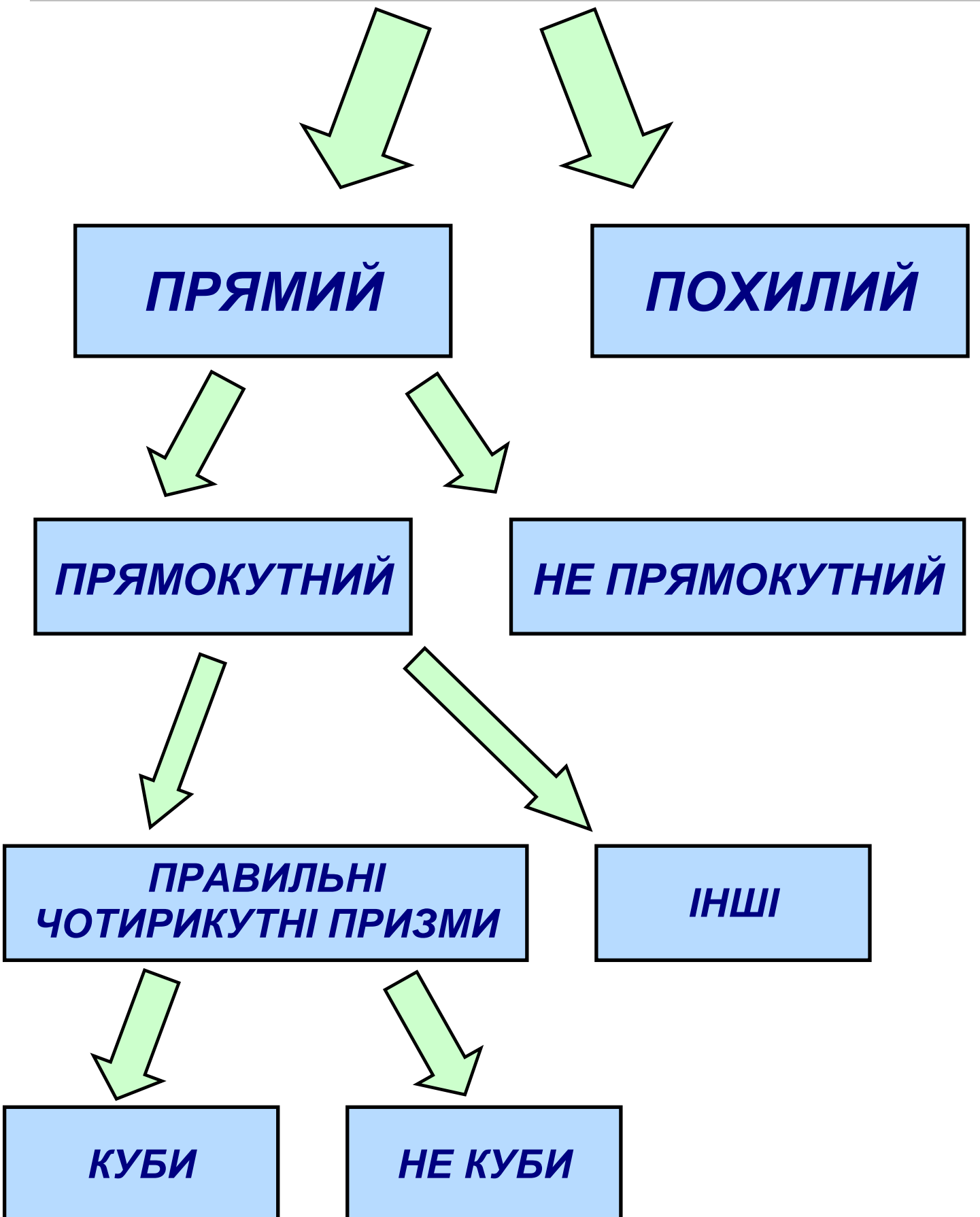
ПРАВИЛЬНА

НЕПРАВИЛЬНА



ТРИКУТНА, ЧОТИРИКУТНА, ..., N-КУТНА

ПАРАЛЕЛЕПЕД

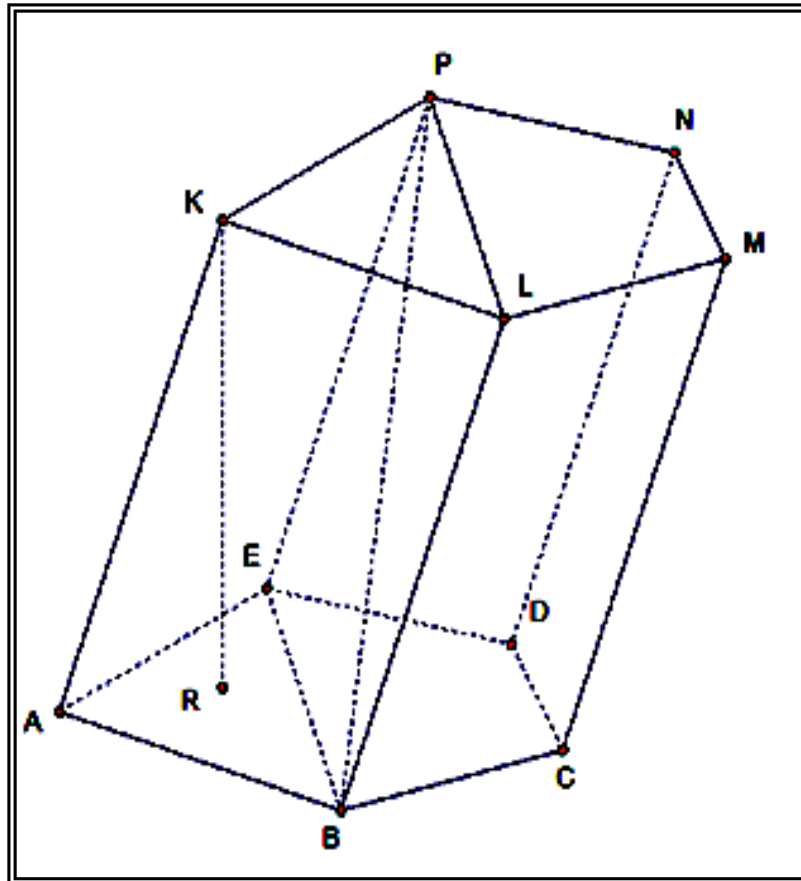


ПРИЗМА

Означення

многогранник, який складається з двох плоских многокутників, які лежать у різних площинах, а бічні грані – паралелограми

Зображення



Елементи призми

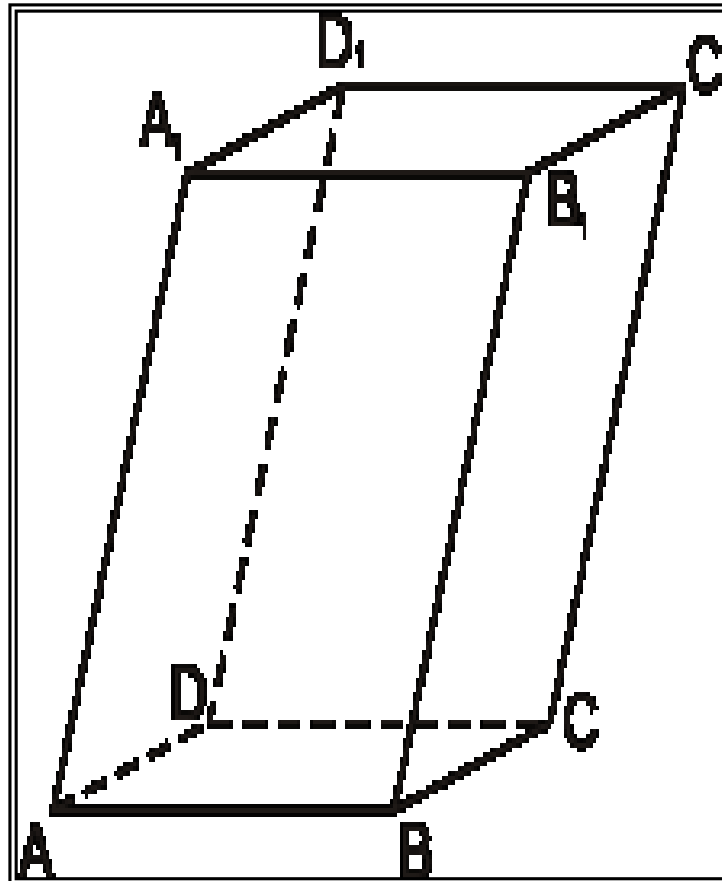
Елементи	Позначення	Визначення
Основа	ABCDE KLMNP	дві грані, у вигляді плоского многокутника, які лежать у двох паралельних площинах
Бічні грані	ABLK, BCML, CDNM, DEPN, EAKP	всі грані, крім основ, у вигляді паралелограмів
Бічні ребра	AK, BK, CM, DN, EP	загальні сторони бічних граней
Висота	KR	найкоротша відстань між основами
Діагональ	BP	відрізок, який з'єднує дві вершини призми (не належать одній грані)

ПАРАЛЕЛЕПІПЕД

Означення

призма, основою якої є паралелограм

Зображення



Елементи
паралелепіпеда

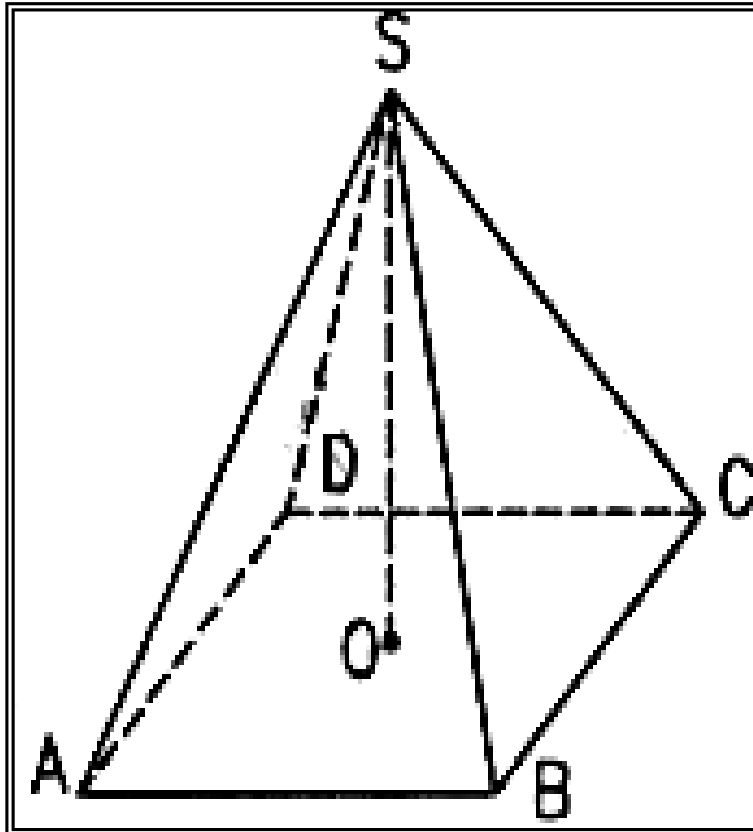
Елементи	Позначення	Визначення
Основа	$ABCD$ $A_1B_1C_1D_1$	дві грані, у вигляді паралелограма
Бічні грані	AA_1B_1B BB_1C_1C CDD_1C_1 AA_1D_1D	всі грані, крім основ, у вигляді паралелограмів
Бічні ребра	$AA_1, BB_1, CC_1,$ DD_1	загальні сторони бічних граней
Висота	KR	найкоротша відстань між основами
Діагональ	BD_1	відрізок, який з'єднує дві вершини призми (не належать одній грані)

ПІРАМІДА

Означення

многогранник, який складається з плоского многокутника, точки, яка не лежить у площині основи і всіх відрізків, що сполучають вершину піраміди з точками основи

Зображення



Елементи піраміди

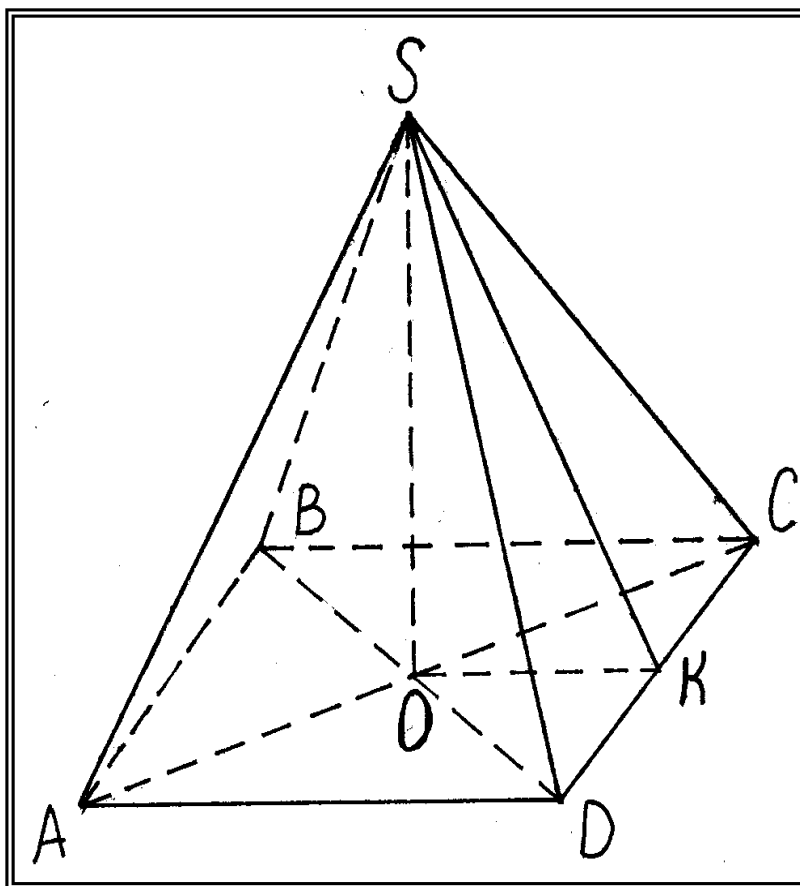
Елементи	Позначення	Визначення
Вершина	S	спільна точка бічних граней
Основа	$ABCD$	одна грань, у вигляді многокутника
Бічні грані	ADS, DSC, BSC, ASB	всі грані, крім основи, у вигляді трикутників
Бічні ребра	AA_1, BB_1, CC_1, DD_1	загальні сторони бічних граней
Висота	SO	перпендикуляр, опущений з вершини на площину основи

ПРАВИЛЬНА ПІРАМІДА

Означення

піраміда, в основі якої лежить правильний многокутник, а основа висоти збігається з центром цього многокутника

Зображення



Елементи піраміди

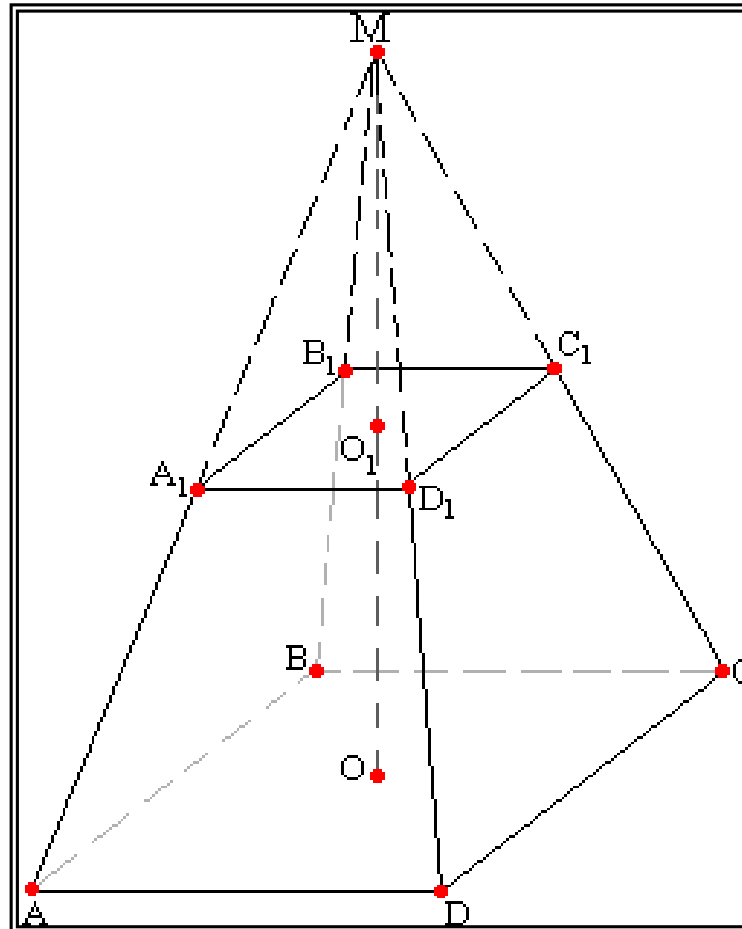
Елементи	Позначення	Визначення
Вершина	S	спільна точка бічних граней
Основа	$ABCD$	одна грань, у вигляді правильного многокутника
Бічні грані	ADS, DSC, BSC, ASB	всі грані, крім основи, у вигляді трикутників
Бічні ребра	SA, SB, SC, SD	загальні сторони бічних граней
Висота	SO	перпендикуляр, опущений з вершини на площину основи
Апофема	SK	висота бічної грані правильної піраміди, проведена з її вершини

ЗРІЗАНА ПІРАМІДА

Означення

частина піраміди, що обмежена основою і січною площиною, яка паралельна основі

Зображення



Елементи піраміди

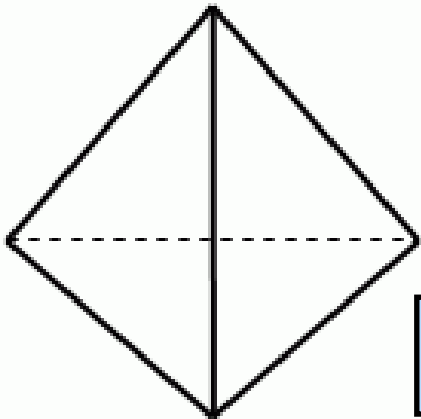
Елементи	Позначення	Визначення
Основи	$ABCD,$ $A_1B_1C_1D_1$	одна грань, у вигляді правильного многокутника
Бічні грані	$AA_1D_1D,$ $DD_1C_1C,$ $CC_1B_1B,$ AA_1B_1B	всі грані, крім основ, у вигляді трапецій
Бічні ребра	$AA_1, BB_1, CC_1,$ DD_1	загальні сторони бічних граней
Висота	OO_1	перпендикуляр, проведений із якої-небудь точки однієї основи на іншу

ПРАВИЛЬНІ МНОГОГРАННИКИ

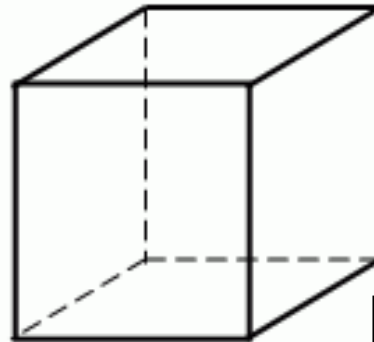
Означення

многогранник, у якого всі грані – рівні правильні многокутники й у кожній його вершині сходиться одне й теж число ребер

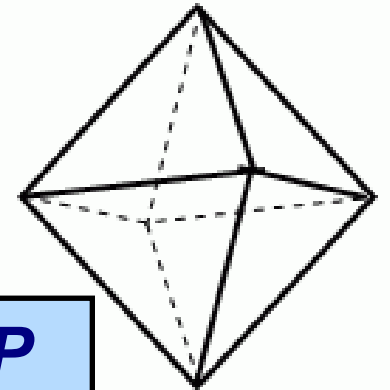
ТЕТРАЕДР



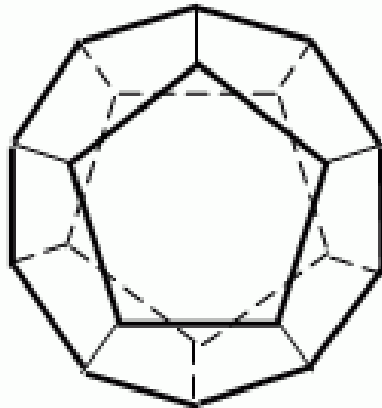
ГЕКСАЕДР



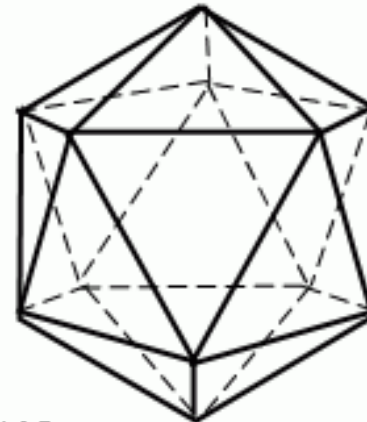
ОКТАЕДР







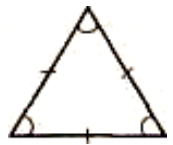
ДОДЕКАЕДР



ІКОСАЕДР








ПРАВИЛЬНІ МНОГОГРАННИКИ

Назва	Вид грані	Число граней	Число вершин	Число ребер
Тетраедр		4	4	6
Гексаедр (куб)		6	8	12
Октаедр		8	6	12
Додекаедр		12	20	30
Ікосаедр		20	12	30

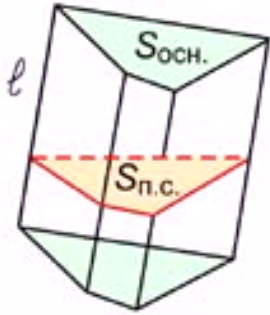
ПРАВИЛЬНІ МНОГОГРАННИКИ

(ПОВНА ПОВЕРХНЯ ТА ОБ'ЄМ)

Назва	Вид грані	Площа поверхні	Об'єм
Тетраедр		$S = a^2 \sqrt{3}$	$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$
Гексаедр (куб)		$S = 6a^2$	$V = a^3$
Октаедр		$S = 2a^2 \sqrt{3}$	$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$
Додекаедр		$S = 3a^2 \sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})}$	$V = \frac{a^3 (15 + 7\sqrt{5})}{4}$
Ікосаедр		$S = 5a^2 \sqrt{3}$	$V = \frac{5a^3 (3 + \sqrt{5})}{12}$

ПЛОЩА ПОВНОЇ ПОВЕРХНІ

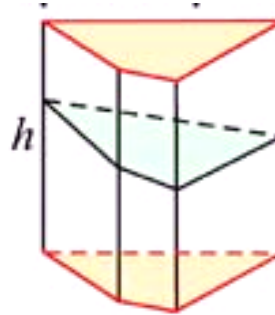
Довільна призма



$$S_{\text{б.н.}} = P_{\text{перп.пер.}} \cdot l$$

$$S_{\text{н.н.}} = S_{\text{б.н.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

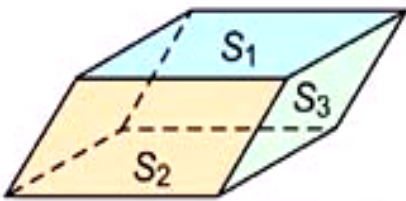
Пряма призма



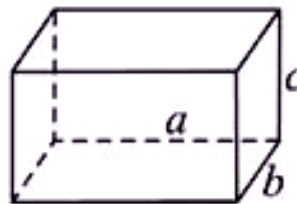
$$S_{\text{б.н.}} = P_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$S_{\text{н.н.}} = S_{\text{б.н.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

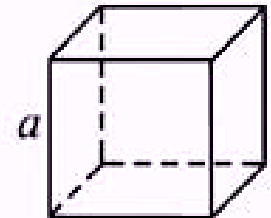
Окремі випадки



$$S_{\text{н.н.}} = 2(S_1 + S_2 + S_3)$$



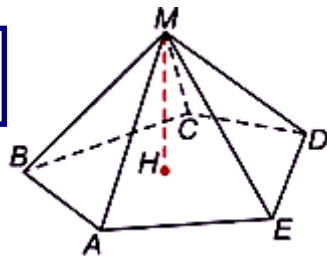
$$S_{\text{н.н.}} = 2(ab + cb + ca)$$



$$S_{\text{н.н.}} = 6a^2$$

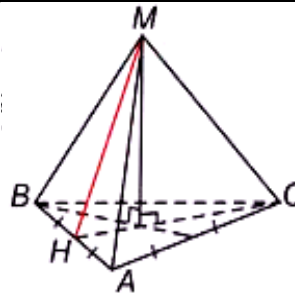
Довільна піраміда

$$S_{\text{н.н.}} = S_{\text{б.н.}} + S_{\text{осн.}}$$



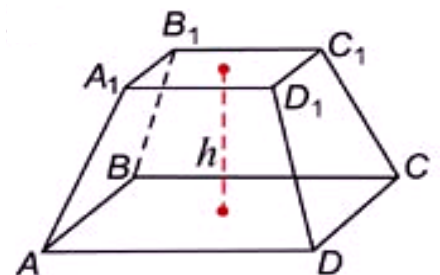
Правильна піраміда

$$S_{\text{б.н.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} \cdot h_a$$



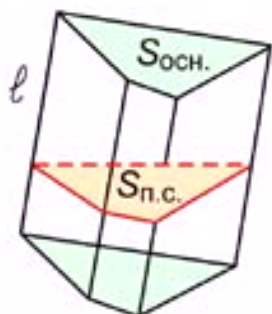
Зрізана піраміда

$$S_{\text{н.н.}} = S_{\text{б.н.}} + S_1 + S_2$$



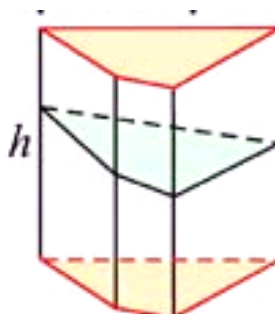
ОБ'ЄМ МНОГОГРАННИКА

Довільна призма



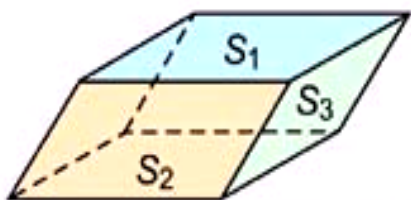
$$V = S_{\text{перп.пер.}} \cdot l$$

Пряма призма

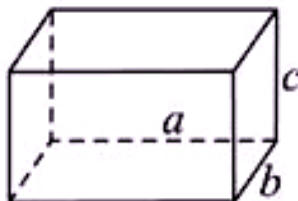


$$V = S_{\text{осн.}} \cdot H$$

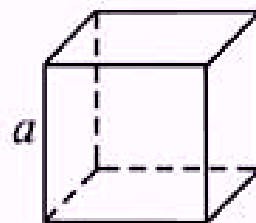
Окремі випадки



$$V = S_1 \cdot h_1 = S_2 \cdot h_2 = S_3 \cdot h_3$$



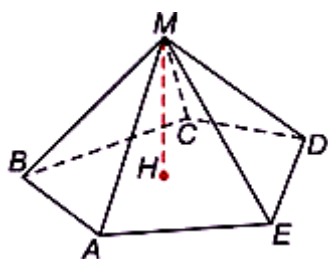
$$V = abc$$



$$S_{\text{n.n.}} = a^3$$

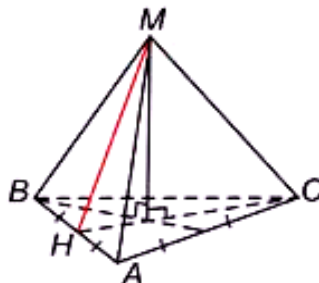
Довільна піраміда

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$



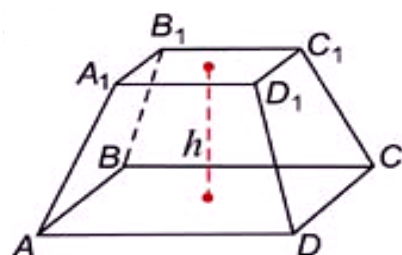
Правильна піраміда

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$



Зрізана піраміда

$$V = \frac{1}{3} h (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$



ПЛОЩА ПОВНОЇ ПОВЕРХНІ МНОГОГРАННИКА

Означення

сума всіх площ граней
многогранника

$$S_{\text{повн.пов.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бічн.пов.}}$$

ОБ'ЄМ МНОГОГРАННИКА

Означення

додатна величина, числове
значення якої має такі
властивості:

1. рівні тіла мають рівні об'єми;
2. якщо тіло складене з декількох тіл, то його об'єм дорівнює сумі об'ємів цих тіл;
3. об'єм куба з одиничним ребром дорівнює одиниці в кубі.

